

# Examen :: Macroéconomie Dynamique

## Instructions:

- Aucun document autorisé.
- Durée de l'épreuve: 1 heure.
- Répondez de manière précise à ce qui est demandé.
- Choisissez une question (et seulement une) entre la Question 3 et la Question 4.
  - Répondre aux deux questions entraînerait l'obtention de 0 point pour les deux questions.

## Question 1 (8 points):

On suppose une économie comme celle décrite dans le modèle de Solow :

- Un seul bien homogène existe.
- De nombreuses entreprises homogènes produisent ce bien avec une fonction de production Cobb-Douglas.
- La production nécessite du capital  $K$  et du travail  $L$ .
- La concurrence est pure et parfaite, et les facteurs de production sont rémunérés à leur productivité marginale.
- Des ménages homogènes épargnent une fraction constante  $s$  de leur revenu.
- La population augmente au taux constant et exogène  $n > 0$ .
- Le temps  $t$  est continu.

Ainsi, au moment  $t$ , la production totale est  $Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$ .

1.1 Si l'on denote le capital par tête comme  $k(t) \equiv \frac{K(t)}{L(t)}$  et la production par tête comme  $y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)}$ , écrivez la fonction de production en termes intensifs, c'est-à-dire, trouvez une équation  $y = f(k)$ .

1.2 Calculez le salaire et le taux d'intérêt.

1.3 Dans cette économie, le capital physique s'accumule selon l'équation dynamique  $\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$  où  $\delta \in (0, 1)$  est le taux de dépréciation du capital. Déduisez l'équation d'accumulation du capital par tête, c'est-à-dire, l'équation pour  $\dot{k}(t)$ .

1.4 Définissez, avec vos propres mots, le concept d'état stationnaire, et calculez tous les états stationnaires qui existent pour cette économie.

1.5 Décrivez les dynamiques de l'économie, c'est-à-dire, expliquez comment le capital par tête évolue avec le temps. Vous pouvez vous aider d'un graphique ou faire référence à l'idée de stabilité des états stationnaires.

### Question 2 (8 points):

Dans le modèle de Ramsey, les deux équations dynamiques qui expliquent l'évolution de l'économie sont :

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta} (f'(k(t)) - \rho - \delta)$$
$$\dot{k}(t) = f(k) - c(t) - (n + \delta)k(t)$$

2.1 Expliquez pour quoi la consommation

- augmente avec l'élasticité de substitution intertemporelle ( $\frac{1}{\theta}$ ).
- diminue avec la valeur de  $\rho$  (bias pour le présent, aidez-vous de la fonction d'utilité pour en discuter)

2.2 Graphiquez le diagramme de phase qui correspond à l'économie.

- À partir de l'équation dynamique pour le capital, montrez l'ensemble de points où  $\dot{k}(t) = 0$  et expliquez les dynamiques du capital lorsque la consommation n'assure pas  $\dot{k}(t) = 0$ , c'est-à-dire, lorsque  $c$  est plus grand (ou plus petite) que la valeur qui assure  $\dot{k}(t) = 0$ .
- À partir de l'équation dynamique pour la consommation, montrez l'ensemble de points où  $\dot{c}(t) = 0$  et expliquez les dynamiques de la consommation lorsque le capital n'assure pas  $\dot{c}(t) = 0$ , c'est-à-dire, lorsque  $k$  est plus grand (ou plus petite) que la valeur qui assure  $\dot{c}(t) = 0$ .
- Combinez les dynamiques du capital et de la consommation pour illustrer les différentes dynamiques globales qui peuvent exister dans le modèle de Ramsey, et indiquez au moins une possible évolution du capital et de la consommation qui amène vers l'état stationnaire.

### Question 3 (4 points):

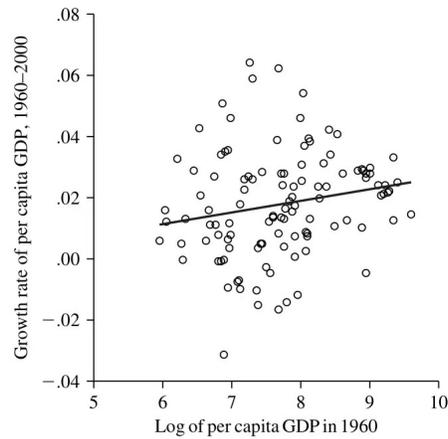
**Cette question est incompatible avec la Question 4** Dans le contexte du modèle de Solow, veuillez expliquer la règle d'or. On distingue deux cas différents selon que le niveau stationnaire du capital ( $\bar{k}$ ) est plus élevé ou plus bas que celui correspondant à la règle d'or ( $k_{\text{gold}}$ ): situation d'inefficacité dynamique et situation d'efficacité dynamique.

- Expliquez comment l'économie peut sortir de la situation d'inefficacité dynamique et atteindre une situation Pareto-optimale.
- Expliquez pour quoi il n'est pas possible d'introduire une telle politique pour sortir de la situation d'efficacité dynamique.

### Question 4 (4 points):

**Cette question est incompatible avec la Question 3** Dans le modèle de Solow avec une fonction de production Cobb-Douglas, le taux de croissance du capital (par tête) est défini comme suit:  $g_k \equiv \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = sk(t)^{\alpha-1} - (n + \delta)$ .

- Montrez que ce taux de croissance  $g_k$  diminue avec le niveau de capital existant  $k(t)$ .
- Quelles sont les implications en termes de convergence économique entre pays ?
- Pourquoi une comparaison entre pays, comme celle présentée dans le graphique suivant, ne montre-t-elle pas de convergence ?



**Figure 1.7**  
**Convergence of GDP across countries: Growth rate versus initial level of real per capita GDP for 114 countries.** For a sample of 114 countries, the average growth rate of GDP per capita from 1960 to 2000 (shown on the vertical axis) has little relation with the 1960 level of real per capita GDP (shown on the horizontal axis). The relation is actually slightly positive. Hence, absolute convergence does not apply for a broad cross section of countries.

Figure 1: Convergence